



**History and Epistemology for Mathematics Education**  
**Storia ed Epistemologia per la Didattica della Matematica**

*Appunti di didattica della matematica*  
*(a cura di G.T. Bagni)*

## **Bibliografia generale**

### **1. Libri**

Per un inquadramento di base sulla didattica della matematica (con particolare riferimento alla scuola secondaria superiore) si possono vedere i seguenti libri:

- Abraham, A. (1984), *L'enseignant est une personne*, EST, Paris.
- Arzarello, F. (1980), *Matematica dell'infinito*, CLU, Torino.
- Arzarello, F.; Bazzini, L. & Chiappini, G. (1994), *L'algebra come strumento di pensiero. Analisi teorica e considerazioni didattiche*, TID-CNR, Innovazioni didattiche per la Matematica, 6.
- Bara, B. (1990), *Scienza cognitiva*, Bollati Boringhieri, Torino.
- Barth, B.-M. (1990), *L'apprendimento dell'astrazione*, La Scuola, Brescia (edizione originale: Paris, 1987).
- Baruk, S. (1985), *L'âge du capitain*, Seuil, Paris.
- Carruccio, E. (1971), *Matematiche elementari da un punto di vista superiore*, Pitagora, Bologna.

- Chevallard, Y. (1985), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- D'Amore, B. & Frabboni, F. (1996), *Didattica generale e didattiche disciplinari*, Angeli, Milano.
- D'Amore, B. (1993), *Problemi*, Angeli, Milano.
- Davydov, V.V. (1979), *Gli aspetti della generalizzazione nell'insegnamento*, Giunti-Barbèra, Firenze (edizione originale: Moskow 1972).
- De La Garanderie, A. (1980), *Les profils pédagogiques*, Le Centurion, Paris.
- Duncker, K. (1969), *La psicologia del pensiero produttivo*, Giunti-Barbera, Firenze (prima edizione: 1935).
- Duval, R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine. Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Peter Lang, Paris.
- Fischbein, E. & Vergnaud, G. (1992), *Matematica a scuola: teoria ed esperienze*, D'Amore, B. (a cura di), Pitagora, Bologna.
- Fischbein, E. (1987), *Intuition in science and mathematics*, Riedel, Dodrecht.
- Freudenthal, H. (1973), *Mathematics as an educational task*, Riedel, Dodrecht.
- Gagné, R.M. (1973), *Le condizioni dell'apprendimento*, Armando, Roma (prima edizione: 1970).
- Giordan, A. & De Vecchi, G. (1987), *Les origines du savoir*, Delachaux et Niestlé, Genève.
- Hoyles, C. & Noss, R. (a cura di) (1998), *Mathematics for a new millennium*, Springer-Verlag, London.
- Johnson-Laird, P.N. & Byrne, R.M.J. (1990), *Deduction*, Erlbaum, Hillsdale.
- Johnson-Laird, P.N. (1988), *Modelli mentali*, Il Mulino, Bologna (prima edizione originale: 1983).
- Kahneman, D.; Slovic, P. & Tversky, A. (1982), *Judgement under uncertainty, heuristic and biases*, Cambridge University Press, New York.

- Kleinmuntz, B. (1976), *Problem solving. Ricerche, modelli, teoria*, Armando, Roma.
- Kosslyn, S.M. (1989), *Le immagini della mente*, Giunti, Firenze (edizione originale: 1983).
- Lakoff, G. & Nuñez, R. (2000), *Where Mathematics come from? How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*, Basic Books, New York.
- Meirieu, P. (1987), *Apprendre... oui, mais comment?*, ESF, Paris.
- Nesher, P. & Kilpatrick, J. (a cura di) (1990), *Cognition and mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Paivio, A. (1986), *Mental representation: a dual coding approach*, Clarendon Press, Oxford.
- Piaget, J. (1980), *Experiments in contradictions*, Chicago, The University of Chicago Press.
- Polya, G. (1971), *La scoperta matematica*, I-II, Feltrinelli, Milano.
- Polya, G. (1983), *Come risolvere i problemi di matematica*, Feltrinelli, Milano (edizione originale: 1945).
- Priore, F. (1990), *Modelli, strumenti e misure nella didattica contemporanea*, Mursia, Milano.
- Resnick, L.B. & Ford, W.W. (1991), *Psicologia della matematica ed apprendimento scolastico*, SEI, Torino (prima edizione: 1981).
- Schoenfeld, A. (1985), *Mathematical problem solving*, Academic Press, New York.
- Shepard, R.N. (1980), *Internal representations: studies in perception imagery and cognition*, Bradford, Montgomery.
- Vergnaud, G. (1994), *Il bambino, la matematica e la realtà*, Armando, Roma (edizione originale: Lang, Berne 1981).
- Vigotskij, L.S. (1987), *Il processo cognitivo*, Boringhieri, Torino (edizione originale: 1978).
- Werner, H. & Kaplan, B. (1962), *Symbol formation*, Wiley, New York.
- Wertheimer, H. (1959), *Productive Thinking*, Harper & Row, New York.

## 2. Articoli

La maggior parte degli articoli ai quali viene fatto riferimento nel testo sono citati solamente nelle bibliografie dei singoli capitoli o delle ricerche in appendice. Alcuni articoli, tuttavia, hanno interesse generale e (senza alcuna pretesa di fornire un elenco completo) devono dunque essere ricordati anche nella presente bibliografia:

- Artigue, M. (1998), L'évolution des problématiques en didactique de l'analyse: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18.2, 231-262.
- Arzarello, F. (1994), L'apprendistato dei simboli in algebra, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*: 17A/B, 536-554.
- Bagni, G.T. (2001), Apprendimento, risoluzione di problemi ed uso dei registri rappresentativi nella Scuola Superiore: *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 24B, 4, 311-329.
- Bagni, G.T. (in corso di stampa), Historical roots of limit notion. Development of its representative registers and cognitive development: *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*.
- Bazzini, L. (1995), Equazioni e disequazioni: riflessioni sul concetto di equivalenza: Bazzini, L. (a cura di), *La didattica dell'Algebra nella scuola secondaria superiore*, Atti V Convegno internucleri, 44-53.
- Bergeron, J.C. & Herscovics, N. (1982), Levels in the understanding of the function concept: *Workshop on functions organized by the Foundation for curriculum development*, Enschede.
- Boero, P. (1992), Sulla specificità delle ricerche in didattica della matematica. Il caso del formalismo algebrico: *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 15, 10.

- Briedenbach, D.E.; Dubinsky, E.; Hawks, J. & Nichols, D. (1992), Development of the process conception of function: *Educational Studies in Mathematics*, 23, 247-285.
- Brousseau, G. (1983), Ostacles epistemologiques en mathématiques: *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4, 2.
- Brousseau, G. (1986), Fondaments et méthodes de la didactique des mathématiques: *Recherches en didactique del mathématiques*, 7, 2.
- D'Amore, B. & Giovannoni, L. (1997), Coinvolgere gli allievi nella costruzione del sapere matematico: *La matematica e la sua didattica*, 4, 360-399.
- D'Amore, B. & Martini, B. (1997), Contratto didattico, modelli mentali e modelli intuitivi nella risoluzione di problemi scolastici standard: *La matematica e la sua didattica*, 2, 150-175.
- D'Amore, B. & Sandri, P. (1993), Una classificazione dei problemi cosiddetti impossibili: *La matematica e la sua didattica*, 3, 348-353.
- Davis, R.B. (1982), Teaching the concept of function: method and reasons: *Workshop on functions organized by the Foundation for curriculum development*, Enschede.
- Duval, R. (1993), Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée: *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, v. 5, IREM, Strasbourg.
- Duval, R. (1994), Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique: *Repres IREM*, 17.
- Duval, R. (1997), La compréhension des énoncés de problème de mathématisation: de la lecture à la résolution: D'Amore, B. & Gagatsis, A. (a cura di), *Didactics of Mathematics-Technology in Education*, Erasmus ICP-96-G-2011/11, 25-46, Thessaloniki.

- Eisenberg, T. & Dreyfus, T. (1994), On understanding how students learn to visualize function transformations: *Research on Collegiate Mathematics Education*, 1, 45-68.
- Even, R. (1993), Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge; prospective secondary teachers and the function concept: *Journal of Research in Mathematics*, 24, 94-116.
- Feldman, C.F. & Toulmin, S. (1976), Logic and the theory of mind: Cole, J.K. (a cura di), *Nebraska symposium on motivation 1975*, University of Nebraska Press, Lincoln, London.
- Ferro, R. (1993), La Teoria degli Insiemi, parte II: *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 16, 11-12, 1077-1099.
- Fischbein, E. (1993), The theory of figural concepts: *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.
- Frege, G. (1973), Senso e denotazione: Bonomi, A. (a cura di), *La struttura logica del linguaggio*, Bompiani, Milano 9-32.
- Freudenthal, H. (1982), Variables and functions: *Workshop on functions organized by the Foundation for curriculum development*, Enschede, 7-20.
- Furinghetti, F. & Paola, D. (1991), On some obstacles in understanding mathematical texts: *Proceedings PME 15*, Assisi, 2, 56-63.
- Furinghetti, F. (1991), Luci e ombre nell'approccio "intuitivo": Furinghetti, F. (a cura di) *Definire, argomentare e dimostrare nel biennio e nel triennio: opinioni, esperienze e risultati di ricerche a confronto*, CNR-TID, FMI, 13, 83-96.
- Furinghetti, F. (1993), Images of Mathematics outside the community of mathematicians: evidence and explanations: *For the Learning of Mathematics*, 13, 2, 33-38.
- Goldin, G.A. & Janvier, C. (a cura di) (1998), Representations and the Psychology of Mathematics Education: *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (1)-(2).

- Grugnetti, L. (1992), Language: an obstacle in understanding the problem statement of a word problem: Weinzweig, A.I. & Cirulls, A. (a cura di), *Proceedings CIEAEM 44*, Chicago, 164-172.
- Janvier, C. (1987), Representations and understanding: the notion of function as an example: Janvier, C. (a cura di), *Problems of representation in mathematics learning and problem solving*, Erlbaum, Hillsdale, 67-72.
- Kaput, J.J. (1991), Notations and representations as mediators of constructive processes: von Glaserfeld, E. (a cura di), *Constructivism and mathematics education*, 53-74, Kluwer, Dordrecht.
- Kaput, J.J. (1993), The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience: Bieler, R.; Scholz, R.W., Strasser, R. & Winkelmann, B. (a cura di), *Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline*, 379-397, Kluwer, Dordrecht.
- Kaput, J.J. (1999), Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows: *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (2), 265-281.
- Kieren, T.E. (1990), Understanding for teaching for understanding: *The Alberta Journal of Educational Research*, 36 (3), 191-201.
- Maier, H. (1989), Conflit entre langue mathématique et langue quotidienne pour les élèves: *Cahiers de didactique des mathématiques*, 3 (ristampato in: *La matematica e la sua didattica*, 3, luglio 1995, 298-305).
- Marchini, C. (1993), La Teoria degli Insiemi, parte I: *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 16, 11-12, 1062-1076.
- Marchini, C.: (1988-1989), Dall'Insiemistica alla Teoria degli Insiemi: *La matematica e la sua didattica*, 2, 3, 6-15; 3, 1, 22-29.
- Markovitz, Z.; Eylon, B. & Bruckheimer, N. (1986), Functions today and yesterday: *For the learning of mathematics*, 6 (2), 18-24.

- Monaghan, J. (1991), Problems with the language of limits: *For the Learning of Mathematics*, 11, 3, 20-24.
- Navarra, G. (1993), Un mazzo di fiori alquanto pericoloso - Itinerari didattici attorno alle leggi di de Morgan: *Scuola e Didattica*, 9, 36-40.
- Nemirovsky, R. & Monk, S. (2000), "If you look at it the other way..." An exploration into the nature of symbolizing: Cobb, P., Yackel, E. & McClain, K. (a cura di), *Symbolizing and communicating in mathematics classroom*, 177-221, Erlbaum, Hillsdale.
- Orton, A. (1983), Students' understanding of differentiation: *Educational Studies in Mathematics*, 14, 235-250.
- Palladino, D. (1996), Insiemi finiti e infiniti: Ciarrapico, L. & Mundici, D. (a cura di), *L'insegnamento della Logica*, 3-26, Ministero della Pubblica Istruzione, Direzione generale Istruzione Classica, Scientifica e Magistrale (testi tratti dai corsi AILA-MPI di Lecce, 1993, e di Otranto, 1994).
- Palmer, S.E. (1977), Fundamental aspects of cognitive representation: Rosch, E. & Lloyd, B.B. (a cura di), *Cognition and categorization*, Erlbaum, Hillsdale.
- Pellerey, M. (1990), Controllo e autocontrollo nell'apprendimento scolastico: il gioco tra regolazione interna ed esterna: *Orientamenti pedagogici*, 3, 473-491.
- Pellerey, M. (1991), Apprendere a pensare matematicamente: Resnick, L.B. & Ford, W.W., *Psicologia della matematica e apprendimento scolastico*, SEI, Torino.
- Pellerey, M. (1991), La ricerca in didattica della matematica: *Atti del Convegno "Processi cognitivi e problemi della ricerca didattica disciplinare"*, Milano.
- Pescarini, A. (1995), Dinamiche dell'educazione matematica: orientamenti e prospettive: *Bollettino degli insegnanti di matematica del Canton Ticino*, 30.
- Presmeg, N.C. (1986), Visualization and mathematical giftedness: *Educational studies in mathematics*, 17, 297-311.



- Radford, L. (2002), The Object of Representations: Between Wisdom and Certainty: Hitt, F. (a cura di), *Representations and Mathematics Visualization*, 219-240, Cinvestav-IPN, Mexico.
- Radford, L. (2002), The seen, the spoken and the written. A semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge: *For the Learning of Mathematics*, 22(2), 14-23.
- Radford, L. (2003), Gestures, speech and the sprouting of signs: *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.
- Radford, L. (2003), On Culture and Mind. A post-Vygotskian Semiotic Perspective, with an Example from Greek Mathematical Thought: Anderson, M. & Al. (a cura di), *Educational Perspectives on Mathematics as Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*, 49-79, Legas, Ottawa.
- Ruthven, K. (1990), The influence of graphic calculator use on translation from graphic to symbolic forms: *Educational Studies in Mathematics*, 21 (5), 431-450.
- Schoenfeld, A.H. (1986), On having and using geometric knowledge: Hiebert, J. (a cura di), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics*, 225-263, Erlbaum, Hillsdale.
- Sfard, A. (1991), On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin: *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Sierpinska, A. (1987), Humanities students and epistemological obstacles related to limits: *Educational Studies in Mathematics*, 18, 371-397.
- Slavit, D. (1997), An alternate route to reification of function: *Educational Studies in Mathematics* 33, 259-281.
- Speranza, F. (1989), Matematica e linguaggio: *L'Educazione Matematica*, II (4), 97-114.

- Tall, D. & Vinner, S. (1981), Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity: *Educational Studies in Mathematics* 12, 151-169.
- Tall, D. (1980), The notion of infinity measuring number and its relevance in the intuition of the infinity: *Educational Studies in Mathematics*, 11, 271-284.
- Tall, D. (1985), Understanding the Calculus: *Mathematical Teaching*, 110, 49-53.
- Vergnaud, G. (1985), Psicologia cognitiva ed evolutiva. Ricerca in didattica della matematica: alcune questioni teoriche e metodologiche: Chini Artusi, L. (a cura di), *Numeri e operazioni nella scuola di base*, Zanichelli-UMI, Bologna, 20-45.
- Vergnaud, G. (1985), Understanding mathematics at the secondary level: Bell, A.; Low, B. & Kilpatrick, J., *Research and practice in mathematical education*, ICME 5, Nottingham Shell Centre for Mathematical Education.
- Vergnaud, G.; Cortes, A. & Favre-Ortigues, P. (1997), Introduzione dell'algebra ai principianti "deboli". Problemi epistemologici e didattici: *La matematica e la sua didattica*, 3, 253-271.
- Vinner, S. (1983), Concept definition, concept image and the notion of function: *International Journal for Mathematical Education in Science and Technology*, 14, 3, 293-305.
- Vinner, S. (1987), Continuous functions-images and reasoning in College students: *Proceeding PME 11*, II, Montreal, 177-183.
- Vinner, S. (1991), The role of definitions in the teaching and learning of mathematics: Tall, D. (a cura di), *Advanced mathematical thinking*, Mathematics Education Library, 11, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 65-81.
- Vinner, S. (1992), Function concept as prototype for problems in mathematics: Harel, G. & Dubinsky, E. (a

cura di), *The concept of Function: aspects of Epistemology and Pedagogy*, MAA Notes, 25, 195-213.

Zan, R. (1991-1992), I modelli concettuali di problema nei bambini della scuola elementare: *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 14 (7, 9), 659-677; 15 (1), 39-53.

---

***Syllogismos.it***

**History and Epistemology for Mathematics Education  
(Giorgio T. Bagni, Editor)**

---